Тренировъчна тема №10 за състезанието на ПМГ „Гео Милев” за четвърти клас

<u>Част първа</u>

Посочете единственият правилен отговор на всяка от задачите 1-5.

1. Цифрата на десетомилионите в числото 123 456 789 е:
А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 8

2. Ако от най-малкото петцифрено число със сбор на цифрите 5 извадим най-голямото четирицифрено число, което се записва с различни цифри, ще получим:
А) 128 Б) 4124 В) 8981 Г) 40124

3. Правоъгълник и квадрат имат равни обиколки. Ако страната на квадрата е 12 см, а дължината на правоъгълника е 7 см, то лицето на правоъгълника е равно на:
А) 24 кв. см Б) 84 кв. см В) 119 кв. см Г) 287 кв. см

4. В равенството $11+28:x=13$ неизвестното число x е равно на:
А) 2 Б) 3 В) 14 Г) 56

5. Няколко деца изяли общо 35 бонбона. Всяко дете е изяло различен брой бонбони от останалите, но повече от един. Колко най-много са децата?
А) 3 Б) 6 В) 7 Г) 8

<u>Част втора</u>

Представете пълните решения на задачите 6-7.

6. Ако четирицифреното число $abba$ умножим по едноцифреното число c, ще получим четирицифреното число $ddee$. Намерете на кои цифри отговарят буквите a,b,c,d и e, ако знаете, че на еднаквите букви отговарят еднакви цифри, а на различните букви отговарят различни цифри.

7. Колко трицифрени числа имат свойството: ако от цифрата на стотиците извадим цифрата на десетиците, ще получим цифрата на единиците на числото?

Време за работа: 180 минути.

Тренировъчна тема №10 за състезанието на ПМГ „Гео Милев” за четвърти клас

Отговори и решения:

Част първа: 1Б 2А 3В 4В 5В

Част втора:

6. Да отбележим, че цифрата a не може да е равна на 1, защото тогава произведението $abba \cdot c$ ще завършва на цифрата $1 \cdot c = c$, докато то трябва да завършва на e. Значи a е поне 2, а числото $abba$ е по-голямо от 2000. Но тогава цифрата c не може да е по-голяма от 4, защото $2000 \cdot 5 = 10000$ и не е възможно произведението $abba \cdot c$ да е четирицифрено. Също така, не е възможно $c = 1$, понеже тогава $abba \cdot c = abba \cdot 1 = abba$ и не е равно на $ddee$. Ето защо за цифрата c остават възможностите 2,3 и 4. Ще разгледаме последователно тези възможности. Нека $c = 2$. Тогава цифрата a не може да е по-голяма от 4, защото $5000 \cdot 2 > 9999$ и произведението няма да е четирицифрено. Вече показахме, че a не може да е 1, и тъй като не може да е равна и на c, то или $a = 3$, или $a = 4$. Ако $a = 3$, последната цифра на произведението $abba \cdot c$ трябва да е 6, тоест $e = 6$. При умножението от разреда на единиците към разреда на десетиците нямаме пренос, следователно трябва $b \cdot c = b \cdot 2$ да завършва на $e = 6$. Понеже a и b трябва да са различни цифри, това е възможно единствено когато $b = 8$ и тогава $abba = 3883, c = 2$ и равенството $3883 \cdot 2 = 7766$ е решение на задачата. А ако $a = 4$, то, както в току-що разгледания случай получаваме $e = 8, b = 9$. Достигаме до равенството $4994 \cdot 2 = 9988$, което не е решение на задачата, защото ще се получи, че $b = d = 9$. Да преминем към втората възможност за c, а именно $c = 3$. Както във вече разгледания случай намираме, че за a имаме единствената възможност $a = 2$. Оттук трябва $e = 6$, но тогава няма подходяща цифра b, за която $b \cdot c = b \cdot 3$ да завършва на $e = 6$. Ето защо в този случай решение на задачата не се получава. Остава възможността $c = 4$. Понеже $3000 \cdot 4 = 12000 > 9999$, то за a имаме единствената възможност $a = 2$. Тогава, точно както по-горе, намираме, че $e = 8$ и $b = 7$, но в този случай пак не получаваме решение, тъй като $abba \cdot c = 2772 \cdot 4 > 10000$. Следователно задачата има единствено решение – равенството $3883 \cdot 2 = 7766$, от което, както вече намерихме, $a = 3, b = 8, c = 2, d = 7, e = 6$.

7. Ако знаем цифрата на стотиците и цифрата на десетиците на число, което има посоченото свойство, можем да намерим цифрата на единиците му. Значи броят на числата можем да определим, като разглеждаме само първите две цифри на съответните числа. Сега да отбележим, че цифрата на десетиците трябва да бъде по-малка или равна на цифрата на стотиците. Следователно, ако цифрата на стотиците е 1, за цифрата на десетиците са налице две възможности – да бъде 0 или 1. Тоест получаваме числата 101 и 110. При цифра на стотиците 2 имаме три възможности за цифра на десетиците и получаваме три числа с посоченото свойство – 202, 211 и 220. По-нататък продължаваме по същия начин, като при всяка следваща цифра на стотиците броят на числата се увеличава с 1. Ето защо имаме общо 2+3+4+…+10=54 числа с исканото свойство.