



РЕПУБЛИКА БЪЛГАРИЯ
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ – 8 февруари 2017 г.

4.1. В клуб „Познай числото” участват определен брой четвъртокласници от едно училище. Всяка седмица те провеждат своите занятия в една и съща класна стая. Броят на учениците е колкото стойността на израза

$$A = 2 \cdot (2 + 1) \cdot [12 - 2 \cdot (2 + 2 \cdot 1)] \cdot [2 + 12 : (2 \cdot 1 + 2)] : 4 : 2 .$$

Номерът на стаята, в която се провеждат занятията, е колкото числото x от равенството $(242 - x) : 2 = B$, където

$$B = 12 \cdot 11 - 11 \cdot 10 + 10 \cdot 9 - 9 \cdot 8 + 8 \cdot 7 - 7 \cdot 6 + 6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 .$$

Намерете колко са участниците в клуба и кой е номерът на стаята.

Решение:

$$\begin{aligned} A &= 2 \cdot (2 + 1) \cdot [12 - 2 \cdot (2 + 2 \cdot 1)] \cdot [2 + 12 : (2 \cdot 1 + 2)] : 4 : 2 = \\ &= 2 \cdot 3 \cdot [12 - 2 \cdot 4] \cdot [2 + 12 : 4] : 4 : 2 = \quad \mathbf{(1 \text{ т.})} \\ &= 6 \cdot (12 - 8) \cdot (2 + 3) : 4 : 2 = \\ &= (6 \cdot 4 \cdot 5) : 4 : 2 = \\ &= 120 : 4 : 2 = \\ &= 30 : 2 = 15 \quad \mathbf{(1 \text{ т.})} \end{aligned}$$

Броят на учениците е 15.

$$\begin{aligned} B &= 12 \cdot 11 - 11 \cdot 10 + 10 \cdot 9 - 9 \cdot 8 + 8 \cdot 7 - 7 \cdot 6 + 6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 = \\ &= 11 \cdot (12 - 10) + 9 \cdot (10 - 8) + 7 \cdot (8 - 6) + 5 \cdot (6 - 4) + 3 \cdot (4 - 2) = \quad \mathbf{(2 \text{ т.})} \\ &= 11 \cdot 2 + 9 \cdot 2 + 7 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2 = \\ &= 2 \cdot (11 + 9 + 7 + 5 + 3) = \quad \mathbf{(1 \text{ т.})} \\ &= 2 \cdot 35 = 70 \end{aligned}$$

$$B = 70 .$$

Забележка: При намерена стойност на B чрез непосредствени пресмятания – **3 т.**

$$(242 - x) : 2 = 70$$

$$242 - x = 70 \cdot 2 \quad (1 \text{ т.})$$

$$242 - x = 140$$

$$x = 242 - 140$$

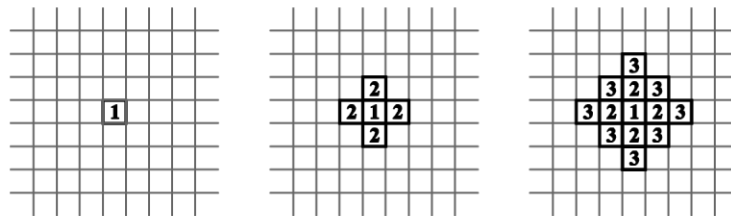
$$x = 102 \quad (1 \text{ т.})$$

Номерът на стаята е 102.

4.2. В мрежа извършваме следните действия: първо поставяме едно квадратче, което номерираме с 1. За всяка от страните на квадратчето залепваме квадратчета, които номерираме с 2. След това, за свободните страни на квадратчетата с номер 2 залепваме други квадратчета, които номерираме с 3. Продължаваме по същия начин, както е показано на схемата, докато разположим квадратчетата с номер 10.

а) Намерете общия брой на квадратчетата с номера от 1 до 10.

б) Ако страната на едно квадратче е 1 см, намерете обиколката на получената фигура от номерирани квадратчета.



Решение:

а) Броят на квадратчетата с номер 1 – 1 брой, броят на квадратчетата с номер 2 – 4 броя, броят на квадратчетата с номер 3 – 8 броя, броят на квадратчетата с номер 4 – 12 броя, броят на квадратчетата с номер 5 – 16 броя. **(0,5 т.)**

Броят на квадратчетата с номер 6 – 20 броя, броят на квадратчетата с номер 7 – 24 броя, ..., броят на квадратчетата с номер 10 – 36 броя. **(1 т.)**

Общият брой на квадратчетата с номера от 1 до 10 е

$$\begin{aligned} & 1 + 4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 + 28 + 32 + 36 = \\ & = 1 + (4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 24 + 28 + 32 + 36) = \\ & = 1 + 180 = 181 \quad (1,5 \text{ т.}) \end{aligned}$$

б) Тъй като квадратчетата с номер 10 са 36 на брой, за обиколката на фигурата съобразяваме, че броим по две страни на 32 квадратчета – 32.2 **(2 т.)**

и по три страни на 4 квадратчета – 4.3 **(2 т.)**

$$32 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 64 + 12 = 76 \text{ см.}$$

4.3. В редица са записани естествените числа от 1 до 1000 по следния начин:

$$1, 10, 100, 1000, 2, 11, 20, \dots$$

В нарастващ ред са записани числата със сбор от цифрите 1. След това, пак в нарастващ ред, са записани числата със сбор на цифрите 2. Редицата от числа продължава по същия начин – в нарастващ ред числата със сбор от цифрите 3, после със сбор от цифрите 4 и т.н.

а) Напишете подредбата на числата със сбор от цифрите 3.

б) На кое място в редицата от всички числа е числото 112?

в) На кое място в редицата от всички числа е числото 996?

Решение: а) Редицата е:

1, 10, 100, 1000,
2, 11, 20, 101, 110, 200,
3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210, 300, (1 т.)

Забележка: Ако в редицата за 3 има пропуснато едно число, но редът е спазен – 0,5 т.

- б) 1, 10, 100, 1000, – 4 места
2, 11, 20, 101, 110, 200, – 6 места
3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210, 300, – 10 места
4, 13, 22, 31, 40, 103, 112 – 7 места (1 т.)

Числото 112 е на $27^{\text{мо}}$ място. (1 т.)

в) За определяне на номера на 996 започваме броенето отзад напред. (2 т.)

Числото със сбор от цифрите 27 е едно – 999.

Числата със сбор от цифрите 26 са три – в намаляващ ред са 998, 989 и 899.

Числата със сбор от цифрите 25 са 997, 988, 979, 898, 889, 799.

Числото 996 е със сбор от цифрите 24 и е най-голямо. Тогава 996 е на $990^{\text{то}}$ място. (2 т.)