

Математическо състезание на ПМГ „Гео Милев” – Стара Загора за четвърти клас

9 юни 2012г.

Част първа

Посочете единствения правилен отговор на всяка от задачите 1-5.

1. Дължината на река Искър е 368 км. Дължината на река Арда е със 127 км по-малка от дължината на река Искър и с 3 км по-малка от дължината на река Камчия. На колко километра е равна общата дължина на трите реки?

А) 609 Б) 847 В) 853 Г) 1355

2. Сборът от дължините на основата и бедрото на равнобедрен триъгълник е 142 см. Ако обиколката на триъгълника е 2 м, то колко сантиметра е дължината на основата на триъгълника?

А) 58 Б) 84 В) 96 Г) 114

3. След извършване на всички действия в израза $6048 : 14 + (1021 - 940) : 9$, се получава числото:

А) 57 Б) 129 В) 423 Г) 441

4. Половината торта струва с 6 лева повече от четвъртината си. Колко лева струва цялата торта?

А) 24 Б) 48 В) 16 Г) 12

5. Оценка на Милена по математика са шестици, петици и четворки – поне по една от всеки вид. Ако сборът от оценките на Милена е 29, то какъв е възможно най-малкият им брой?

А) 5 Б) 6 В) 7 Г) 8

Част втора

Представете пълните решения на задачите 6-7.

6. Едно трицифрено естествено число ще наричаме огледално, ако цифрите на стотиците и на единиците му са равни. Например числата 101, 222, 353, 494 са огледални.

а) Колко на брой са трицифрените естествени числа, които са огледални?

б) Възможно ли е числото 2012 да се запише като сбор на две огледални трицифрени естествени числа?

в) Възможно ли е числото 2012 да се запише като сбор на няколко огледални трицифрени естествени числа?

7. С помощта на цифрите a , b и c са записани четирицифрените числа $aaab$ и $bbcb$. Намерете на кои цифри отговарят буквите a , b и c , ако знаете, че на еднакви букви отговарят еднакви цифри, на различните букви отговарят различни цифри и:

а) Ако от числото $bbcb$ извадим числото $aaab$, ще получим 8870 ;

б) Ако числото $aaab$ умножим с едноцифреното число b , ще получим числото $bbcb$.

Време за работа: 180 минути.

Математическо състезание на ПМГ „Гео Милев” – Стара Загора за четвърти клас

9 юни 2012г.

Отговори: 1В 2Б 3Г 4А 5Б

Решения:

6. а) Всяко огледално трицифрено естествено число е от вида aba , където a и b са някакви цифри. При това за избора на цифрата a имаме общо 9 възможности – да е от 1 до 9, а за избор на цифрата b имаме общо 10 възможности, то броят на търсените числа е $9 \cdot 10 = 90$.

б) Отговорът е НЕ. Най-голямото огледално трицифрено естествено число е 999 и $999+999=1998 < 2012$, което показва, че сборът на всеки две такива числа ще е по-малък от 2012.

в) Отговорът е ДА. Числото 2012 завършва на 2, а най-малкото огледално трицифрено естествено число е 101. Да забележим, че $2012 - (101+101) = 1810 = 10 \cdot 181$, а това означава, че сборът на огледалните числа $101+101+\underbrace{181+\dots+181}_{10}$ е равен на 2012. Това не е единственият пример, който дава решение на задачата.

7. а) Понеже a е поне 1 и $1000+8000=9000$, то единствената възможност за цифрите a и b е $a=1, b=9$. Лесно се проверява, че тогава $c=8$ и така достигаме до единственото решение $9989-1119=8870$.

б) Като използваме умножението в разряда на единиците, намираме, че произведението $b \cdot b$ трябва да завършва на b , а това е възможно само тогава, когато b отговаря на някоя от цифрите 0, 1, 5 или 6. Лесно се вижда, че случаите $b=0$ и $b=1$ са невъзможни, а в случаите $b=5$ и $b=6$ единствената възможност е $a=1$. Оттук получаваме двете решения на задачата, а именно $1115 \cdot 5 = 5575$ и $1116 \cdot 6 = 6696$.

Схема на оценяване:

Правилен отговор на всяка от задачите 1 – 5 се оценява с по 2т.

Задача 6а – общо 3т, от които:

- за посочване на верния отговор, без никаква обосновка 1т;
- за обосноваване на верния отговор 2т;

Задача 6б – общо 3т, от които:

- за посочване на верния отговор, без никаква обосновка 1т;
- за обосноваване на верния отговор 2т;

Задача 6в – общо 4т, от които:

- за посочване на верния отговор, без никаква обосновка 1т;
- за верен пример, обосноваващ верния отговор 3т.

Задача 7а – общо 5т, от които:

- за намиране на поне една от цифрите 2т;
- за извършване на разсъжденията по намиране на решението 3т;

Задача 7б – общо 5т, от които:

- за определяне на възможните стойности на b 1т;
- за обосноваване на намиране на всяко от решенията по 2т;