Математическо състезание на ПМГ „Гео Милев” – Стара Загора за четвърти клас

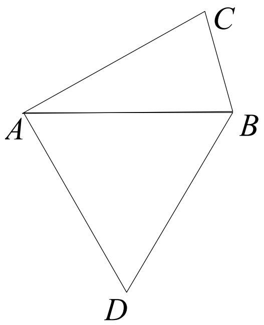
11 юни 2011г.

Част първа

Посочете единствения правилен отговор на всяка от задачите 1-5.

1. В израза $\left(\mathrm{XIX}\cdot\mathrm{IV}+\mathrm{VIII}\right):\mathrm{VI}$ числата са записани с римски цифри. След извършване на действията се получава:

А) XIV Б) XXXVIII В) XXX Г) LXVI



2. На чертежа триъгълникът ABC е равнобедрен, а триъгълникът ABD е равностранен. Дължината на основата BC е два пъти по-малка от дължината на отсечката AD. Ако обиколката на триъгълника ABD е 96 см, то обиколката на триъгълника ABC е:

А) 720 см Б) 128 см В) 80 см Г) 64 см

3. С колко третинката на числото $29\,421$ е по-голяма от четвъртинката на числото $38\,832$?

А) 67 065 Б) 9 В) 8 829 Г) 99

4. Сборът от годините на дядо, баба и внуче е 141. Бабата е по-възрастна от внучето с 51 години, а дядото е по-възрастен от бабата с 6 години. На колко години е внучето?

А) 9 Б) 10 В) 11 Г) 12

5. От най-малкото четирицифрено число със сбор от цифрите 17 извадих най-голямото трицифрено число, в което участва цифрата 7. Разликата умножих по 2 011 и получих:

А) 6 929 906 Б) 237 298 В) 183 001 Г) 164 902

Част втора

Представете пълните решения на задачите 6-7.

6. Овощна градина с лице 1 728 кв. м има формата на правоъгълник. Дължината ѝ е равна на 54м.

а) Градината трябва да се огради с ограда, като се остави неоградено място от 2 м за врата. Ако един метър ограда струва 2 лева и 50 стотинки, колко ще струва ограждането на градината?

б) Един декар от градината е засаден с ябълкови дръвчета. Останалата част от градината е засадена с черешови и крушови дръвчета. Лицето на частта от градината, засадена с крушови дръвчета, е със 100 кв. м по-малко от лицето на частта, засадена с черешови дръвчета. Колко квадратни метра са засадени с черешови дръвчета?

7. Ако пресметнете сбора 333 + 444 + 555 + 777, ще установите, че той не е равен на числото 2011.

а) Можете ли да смените някои от цифрите на събираемите с цифрата 0 така, че след смените новият сбор да е равен на 2011? По колко начина можете да направите това?

б) Можете ли да смените някои от цифрите на събираемите с цифрата 2 така, че след смените новият сбор да е равен на 2011? По колко начина можете да направите това?

в) Трябва да смените възможно най-малък брой от цифрите на събираемите с някоя друга, но една и съща цифра така, че новият сбор да стане равен на 2011. Покажете как да стане това.

Време за работа: 180 минути.

Математическо състезание на ПМГ „Гео Милев” – Стара Загора за четвърти клас

11 юни 2011г.

Отговори: 1А 2В 3Г 4В 5Г

Решения:

6. а) Широчината на градината е 1 728 : 54 = 32 метра. Тогава обиколката на градината ще бъде 2.(54+32) = 172 метра. Ето защо за ограждането на градината ще са необходими 172 – 2 = 170 метра ограда. Тъй като един метър ограда струва 2 лева и 50 стотинки, то два метра ограда ще струват 5 лева. Тогава цената на оградата ще бъде (170 : 2).5 = 425 лева.

б) Тъй като 1 дка = 1 000 кв. м, то частта от градината, засадена с черешови и крушови дръвчета, е 1 728 – 1 000 = 728 кв. м. Тогава частта от градината, засадена с крушови дръвчета, ще бъде (728 – 100) : 2 = 314 кв. м. Частта от градината, засадена с черешови дръвчета, ще бъде 414 кв. м.

7. а) Сборът от цифрите в разреда на единиците е 19, а той трябва да завършва на 1. Понеже смяната на цифрите с „0” ще доведе до намаляване на сбора, той може да стане равен на 1 или на 11. Ясно е обаче, че той не може да стане равен на 1 – ако сменим всички цифри, ще стане 0, а ако оставим поне една цифра, ще е поне 3. Затова да проверим дали този сбор може да бъде равен на 11 след замените. Замяната на цифрите 3,4,5,7 с 0 ще доведе до намаляването на сбора на единиците съответно с 3,4,5,7. Сборът 19 трябва да бъде намален до 11, тоест трябва да се намали с точно 8. Единственият начин да се направи това е да сменим цифрите 3 и 5 с нули, защото сборът на никои други групи от цифри не е равен на 8. След като сборът в разреда на единиците стане равен на 11, ще имаме „едно наум” към разреда на десетиците. За да получим 2011, трябва четирите цифри в десетиците (след замените) да имат сбор 0, 10 или 20. Ако обаче получим сбор 20 в разреда на десетиците, тогава ще имаме „две наум” към разреда на стотиците и сбор 2011 не може да се получи. А ако пък сборът на цифрите в разреда на десетиците е 1, то няма да има наум към разреда на стотиците и тогава първите две цифри на сбора ще бъдат 19, тоест пак няма да се получи 2011. Затова единственият вариант е след замените сборът на четирите цифри в разреда на десетиците да е равен на 10 (без да броим прибавеното „едно наум”). Разсъждавайки по същия начин, както и при единиците виждаме, че това е възможно единствено ако сменим при десетиците 4 и 5 с нули. Това означава, че единственото решение на задачата е 330 + 404 + 500 + 777 = 2011.

б) Разсъждавайки по същия начин, както в а), намираме, че възможните смени в разреда на единиците са две – или замяна на 5 и 7 с двойки, или замяна на 3, 4 и 7 с двойки. И в двата случая сборът в разреда на единиците след замените ще е равен на 11, значи ще имаме „едно наум” към разреда на десетиците. Тогава сумата от цифрите в десетиците, след замяната и без преноса, трябва да е равна единствено на 10. Това може да бъде направено с единствена замяна – на цифрите 3, 5 и 7 с двойки. По този начин получаваме, че задачата има точно две решения: 323 + 444 + 522 + 722 = 2011 и 322 + 442 + 525 + 722 =2011.

в) Да отбележим, че е невъзможно да сменим само една цифра с някоя друга, защото е задължително да направим промени при единиците и при стотиците или при единиците и при десетиците. Равенството 333 + 446 + 555 + 677 = 2011 показва, че е възможно да сменим точно две от цифрите и да получим исканото.