

Математическо състезание на ПМГ „Гео Милев” – Стара Загора за четвърти клас

12 юни 2010г.

Част първа

Посочете единствения правилен отговор на всяка от задачите 1-5.

1. Обиколката на правоъгълник е два пъти по-малка от обиколката на квадрат със страна 42 см. Дължината на правоъгълника е 27 см. Лицето на правоъгълника е:

А) 3 807 кв. см Б) 1 539 кв. см В) 1 512 кв. см Г) 405 кв. см

2. След пресмятане на израза $27 \cdot 52 + 1\,836 : 18 - 12$ се получава:

А) 168 Б) 1 404 В) 1 494 Г) 1 710

3. Пълна кутия с шоколадови бонбони съдържа 20 бонбона и тежи 265 грама. Когато в кутията останат 7 бонбона, тя тежи 122 грама. Колко грама тежи празната кутия?

А) 11 Б) 45 В) 60 Г) 115

4. В чувал има 10 бели, 10 червени и 10 зелени знаменца. Какъв най-малък брой знаменца трябва да извадим от чувала, без да гледаме цвета им при изваждането, за да сме сигурни, че измежду извадените ще има поне 1 бяло, 2 червени и 3 зелени знаменца?

А) 25 Б) 23 В) 15 Г) 7

5. Ако от обиколката на равнобедрен триъгълник извадим дължината на основата му, ще получим 14см. Ако от дължината на основата на триъгълника извадим дължината на бедрото му, ще получим 5см. Обиколката на триъгълника е:

А) 26 см Б) 22 см В) 19 см Г) 16 см

Част втора

Представете пълните решения на задачите 6-7.

6. Да се намери броят на:

а) Естествените числа от 681 до 2010 включително;

б) Естествените числа от 681 до 2010 включително, които имат цифра на десетиците нула;

в) Естествените числа от 681 до 2010 включително, които имат сбор от цифрите 26;

г) Естествените числа от 681 до 2010 включително, които имат произведение от цифрите 45.

7. Бегачите Андрей, Борис и Васил се състезавали помежду си.

а) Победителят в състезанието изпреварил втория с 28 секунди, а третия с 42 секунди. Вторият бегач пробягал разстоянието за 6 минути и 20 секунди. Да се намери за какво време са пробягали разстоянието другите двама бегачи.

б) Попитали Андрей и Борис как е завършило състезанието и всеки от тях казал по две изречения.

Андрей: „Аз бях втори. Васил изпревари Борис.”

Борис: „Аз бях последен. Андрей беше преди Васил.”

Да се определи на кое място е завършил всеки от бегачите, ако е известно, че точно две от казаните изречения са верни, а другите две не са верни.

Време за работа: 180 минути.

Математическо състезание на ПМГ „Гео Милев” – Стара Загора за четвърти клас

12 юни 2010г.

Отговори: 1Г 2В 3Б 4Б 5А

Решения:

б. а) Естествените числа от 681 до 2010 можем да получим, като от естествените числа от 1 до 2010, които са на брой 2010, премахнем числата от 1 до 680. Ето защо търсеният брой е $2010 - 680 = \underline{1330}$.

б) Няма числа от 681 до 699, които отговарят на условието. Числата от 700 до 799, които имат цифра на десетиците 0, са 10 – 700, 701, ..., 709. Същото важи за числата от 800 до 899, от 900 до 999, от 1000 до 1099 и т.н. Значи броят на търсените числа е 140.

в) Трицифрените числа, които имат сума от цифрите 26, са три – това са числата 899, 989 и 998. Четирицифрените числа, по-малки от 2011, които имат сума от цифрите 26, имат цифра на хилядите 1. Ето защо сумата от останалите им три цифри трябва да е 25 и значи поне една от тях трябва да е 9. Но тогава сумата от останалите две цифри трябва да е 16 и това е възможно ако тези две цифри са или две осмици, или 7 и 9. Оттук получаваме, че търсените четирицифрени числа са 6 – това са числата 1799, 1979, 1997, 1899, 1989 и 1998. Окончателно броят на търсените числа е 9.

г) Във всяко от търсените числа могат да участват само някои от цифрите 1, 3, 5 или 9. Ако в числото участва цифрата 3, то не може да участва цифрата 9 и обратно. Да видим колко са числата, в които се среща цифрата 3. Във всяко такова число освен една тройка трябва да имаме точно още една тройка и една петица. Това означава, че няма трицифрени числа от разглеждания вид. Четирицифрените числа имат за цифри 1, 3, 3 и 5 и те са 1335, 1353 и 1533 – на брой 3. Да видим сега колко са числата, в които участва цифрата 9. В тези числа има още една цифра 5 и една или две цифри 1. Трицифрените числа са две – 915 и 951. Четирицифрените числа са 1159, 1195, 1519, 1915, 1591 и 1951 – общо 6 на брой. Следователно броят на търсените числа е 11.

7. а) Първият бегач е изминал разстоянието за $6 \text{ мин } 20 \text{ сек} - 28 \text{ сек} = \underline{5 \text{ мин } 52 \text{ сек}}$. Тогава третият бегач е изминал разстоянието за $5 \text{ мин } 52 \text{ сек} + 42 \text{ сек} = \underline{6 \text{ мин } 34 \text{ сек}}$.

б) Да предположим, че изречението на Борис: „Аз бях последен.” е вярно. Тогава е вярно и изречението на Андрей: „Васил изпревари Борис.”, а другите две изречения са неверни. Но това означава, че Андрей не е завършил нито трети, нито втори, тоест е бил първи. Но тогава и изречението на Борис: „Андрей беше преди Васил.” става вярно, тоест имаме три, а не две верни изречения. Това показва, че изречението на Борис: „Аз бях последен.” не е вярно. Да предположим, че Борис е завършил втори. Тогава изречението на Андрей: „Аз бях втори” също става невярно, следователно другите две изречения трябва да са верни. Но тогава ще получим, че хем Васил е изпреварил Борис и трябва да е първи, хем Андрей трябва да е изпреварил Борис, което е невъзможно. Значи Борис е завършил първи. Тогава изречението на Андрей: „Васил изпревари Борис.” също става невярно, значи първото изречение на Андрей става вярно, тоест той е завършил втори. Ето защо редът, в който са завършили бегачите, е: Борис, Андрей, Васил.