

Основни задачи за лица и разрязване на фигури (тема за 7-8 кл)

I. Основни задачи за използване без доказателство:

1. Медианата дели триъгълника на два равнолицеви.
2. Лицата на триъгълници с обща височина се отнасят както основите.
3. Лицата S_1 и S_2 са равни \Leftrightarrow ABCD е трапец(фиг 2)
4. Лицата на триъгълници с общ вътрешен или външен ъгъл се отнасят както произведението на отношенията на страните които го сключват.

II. Няколко интересни задачи за лица.

1 зад. На страната AD на успоредника ABCD е взета точка M. Лицето на ΔBMC е S . Какво е лицето на успоредника?(фиг3).

2зад Даден е успоредник ABCD. Разглеждаме успоредник, единият връх на който съвпада с върха B, съседния му връх M лежи на страната AD, а страната му KL, противоположна на страната BM, лежи на права, минаваща през C. Докажете, че Лицата на ABCD и BKLM са равни(фиг.4)

3зад. Да се докаже, че медианите в триъгълника се пресичат в една точка.(фиг.5)

4зад. ABCD е изпъкнал четириъгълник с лице S . Всяка страна на който е продължена, така че A среда на A_1D , B среда на AB_1 , C среда на BC_1 и D среда на CD_1 . Да се намери лицето на $A_1B_1C_1D_1$. (фиг.6)

5зад. През произволна точка от страна на триъгълник да се построи права, която разделя лицето му на две равнолицеви части.(фиг.7)

6зад. През върха на изпъкнал четириъгълник да се построи права, която го дели на две равнолицеви части.(фиг.8)

7зад. През точка върху страната на изпъкнал четириъгълник да се построи права, която го дели на две равнолицеви части.(фиг.9, 10 и 11)

8зад. Точка M лежи на страната BC , а точка N на страната AC на $\triangle ABC$. Отсечките AM и BN се пресичат в точка O . Лицата на триъгълниците AON , AOB и BOM са равни съответно на S_1 , S_2 и S_3 . Да се намери лицето на $\triangle NMC$. (НОМ обл.кр.)(фиг.12)

9зад. Точките M , N и P лежат на страните AB , BC и CA на $\triangle ABC$, като $AM:AB=BN:BC=CP:CA=1:3$. Лицето на $\triangle MNP$ е S . Намерете лицето на $\triangle ABC$.(фиг13)

10зад. Точките M , N и P лежат на страните AB , BC и CA на $\triangle ABC$, като $AM:AB=BN:BC=CP:CA=1:2$. При пресичането на отсечките AN , BP и CM се образува триъгълник $A_1B_1C_1$ с лице S . Намерете лицето на $\triangle ABC$.(фиг14)

11зад. Две прави делят всяка от двете противоположни страни на изпъкнал четириъгълник на три равни части. Да се докаж, че между тях се намира една трета от лицето на четириъгълника.(фиг.15)

12зад. Две прави делят всяка от двете противоположни страни на изпъкнал четириъгълник на три равни части. Други две прави делят по същия начин останалите две страни. Да се докаже, че между тях се намира еднадевета от лицето на четириъгълника.(фиг.16).

III. Задачи за самостоятелна работа:

1 Във вътрешността на успоредника $ABCD$ е взета точка M . Лицето на $\triangle BMC + \triangle DMA$ е S . Какво е лицето на успоредника?

2. $\triangle ABC$ има лице S . Всяка страна е продължена, така че A среда на AA_1 , B среда на BB_1 , C среда на CC_1 . Да се намери лицето на $A_1B_1C_1$.

3. Даден е успоредник $ABCD$ и точки M , N и P съответно върху страните AB , BC и CD така, че $BM = BA/4$, $CN = CB/3$ и $CP = PD$. Да се намери лицето

на успоредника, ако лицето на четириъгълника $AMNP$ е 210 кв.см. (ЗМС 2009)

4. В $\triangle ABC$ е вписан $\triangle PQR$ (P на AB , Q на BC , R на AC) . Да се докаже, че лицето на поне един от $\triangle APR$, $\triangle BPQ$ и $\triangle CRQ$ не надминава:

а) $\frac{1}{4}$ от лицето на $\triangle ABC$ б) лицето на $\triangle PQR$

5. Противоположните страни на изпъкнал шестоъгълник $ABCDEF$ са успоредни . Докажете, че $S_{ACE} \geq S_{ABCDEF}$.

6. Във вътрешността на изпъкнал четириъгълник намерете такава точка, че отсечките свързващи я със средите на страните на четириъгълника го делят на четири равни части.

Подготвил Ю. Цветков(ППМГ „Гео Милев“-Стара Загора)